

Студенческая олимпиада по математике Белорусского
государственного университета
2006 год

1. Множества X_1, X_2, \dots, X_m – все непустые подмножества множества $\{1, 2, \dots, n\}$, занумерованные в некотором порядке. Матрица $A=(a_{ij})$ такова, что при всех i, j

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } X_i \cap X_j \neq \emptyset, \\ 0, & \text{если } X_i \cap X_j = \emptyset. \end{cases}$$

Докажите, что определитель матрицы A не зависит от способа нумерации множеств $X_i, i=1, 2, \dots, m$, и вычислите его.

2. Вычислите интеграл $\int_0^{2\alpha} \sqrt{a \cos t - b \sin t} dt$, если $a > 0, b > 0, \alpha = \arctg(b/a)$.