



Вакульчик П. А. Методы численного анализа: пособие для студентов фак. прикл. мат. и информатики спец. 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)», 1-31 03 04 «Информатика», 1-31 03 05 «Актuarная математика», 1-31 03 06 «Экономическая кибернетика (по направлениям)», 1-98 0101 «Компьютерная безопасность (по направлениям)» / П. А. Вакульчик. - Минск : БГУ, 2008. - 311 с.

ISBN 978-985-518-039-6

В пособии рассмотрен теоретический материал, даны основы современных численных методов решения задач математической физики, другие актуальные направления численного анализа. Приводятся образцы выполнения практических заданий. Представлены варианты контрольных работ.

Для студентов факультета прикладной математики и информатики БГУ.

Оглавление

| | |
|--|-----------|
| ПРЕДИСЛОВИЕ | 3 |
| I . ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ | |
| Тема 1. Интерполяционный многочлен Лагранжа | 5 |
| 1.1. Постановка задачи интерполирования. Алгебраическое интерполирование | 5 |
| 1.2. Интерполяционный многочлен Лагранжа и его остаток | 7 |
| Задачи и упражнения 3 | 13 |
| Тема 2. Интерполяционный многочлен Ньютона | 15 |
| 2.1. Конечные разности, разностные отношения и их свойства | 15 |
| 2.2. Интерполяционный многочлен Ньютона | 17 |
| 2.3. Задача обратного интерполирования | 19 |
| Задачи и упражнения | 20 |
| Тема 3. Интерполирование по сетке равноотстоящих узлов | 23 |
| 3.1. Интерполяционный многочлен Ньютона для равноотстоящих узлов | 23 |
| 3.2. Правила интерполирования внутри таблицы | 28 |
| Задачи и упражнения | 31 |
| Тема 4. Многочлены Чебышева | 33 |
| 4.1. Определение многочленов Чебышева и их свойства | 33 |
| 4.2. Минимизация остатка интерполирования | 36 |
| Задачи и упражнения | 39 |
| Тема 5. Интерполирование с кратными узлами | 41 |

| | |
|--|------------|
| 5.1. Постановка задачи кратного интерполирования | 41 |
| 5.2. Интерполяционный многочлен Эрмита и его остаток | 42 |
| Задачи и упражнения | 47 |
| Тема 6. Слайн-интерполирование | 50 |
| 6.1. Понятие сплайн-функции интерполяционного сплайна | 50 |
| 6.2. Построение интерполяционного сплайна третьего порядка | 51 |
| 6.3. Построение интерполяционного сплайна третьего порядка методом моментов | 53 |
| Задачи и упражнения | 57 |
| Тема 7. Численное дифференцирование функций | 59 |
| 7.1. Численное дифференцирование, основанное на интерполяционном многочлене Ньютона | 59 |
| 7.2. Некоторые частные правила вычисления производных | 61 |
| Задачи и упражнения | 65 |
| Тема 8. Среднеквадратичные приближения | 67 |
| 8.1. Понятие о среднеквадратичном приближении | 67 |
| 8.2. Метод наименьших квадратов | 71 |
| Задачи и упражнения | 73 |
| Контрольная работа 1 | 75 |
| Индивидуальное задание 1 | 84 |
| Дополнительные задачи и упражнения | 90 |
| П. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ | |
| Тема 9. Интерполяционные квадратурные формулы | 96 |
| 9.1. Квадратурные правила Ньютона - Котеса | 96 |
| 9.2. Простейшие квадратурные формулы Ньютона — Котеса | 99 |
| 9.3. Правило Рунге | 106 |
| Задачи и упражнения | 107 |
| Тема 10. Квадратурные правила наивысшей алгебраической степени точности | 109 |
| 10.1. Квадратурные формулы Гаусса | 109 |
| 10.2. Квадратурные формулы НАСТ, отвечающие простейшим весовым функциям | 114 |
| Задачи и упражнения | 120 |
| III . ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ | |
| Тема 11. Методы решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода | 123 |
| 11.1. Метод замены ядра на вырожденное | 123 |
| 11.2. Метод квадратур решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода | 126 |
| 11.3. Метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода | 129 |

| | |
|---|------------|
| Задачи и упражнения | 130 |
| Тема 12. Методы решения интегральных уравнений Вольтерра второго рода | 133 |
| 12.1. Метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Вольтерра второго рода | 133 |
| 12.2. Метод квадратур решения интегрального уравнения Вольтерра второго рода | 136 |
| Задачи и упражнения | 139 |
| Контрольная работа 2 | 140 |
| Индивидуальное задание 2 | 150 |
| Дополнительные задачи и упражнения | 159 |
| IV . МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ | |
| Тема 13. Приближенные методы решения задачи Коши | 163 |
| 13.1. Постановка задачи. Метод Пикара | 163 |
| 13.2. Метод рядов | 166 |
| Задачи и упражнения | 168 |
| Тема 14. Методы Эйлера | 168 |
| 14.1. Явный метод Эйлера, или метод ломаных | 168 |
| 14.2. Неявный метод Эйлера | 170 |
| 14.3. Устойчивость методов Эйлера | 173 |
| Задачи и упражнения | 174 |
| Тема 15. Методы Рунге- Кутты | 175 |
| 15.1. Построение методов Рунге - Кутты | 175 |
| 15.2. Методы Рунге - Кутты второго порядка точности | 179 |
| 15.3. Методы Рунге-Кутты третьего и четвертого порядка точности | 181 |
| Задачи и упражнения | 184 |
| Тема 16. Методы предиктор - корректор | 187 |
| 16.1. Общий подход к построению правил предиктор - корректор | 187 |
| 16.2. Частные правила предиктор - корректор | 189 |
| 16.3. Правило Рунге | 191 |
| Задачи и упражнения | 194 |
| Тема 17. Многошаговые правила | 196 |
| 17.1. Понятие о многошаговых правилах | 196 |
| 17.2. Экстраполяционный метод Адамса | 197 |
| 17.3. Интерполяционный метод Адамса | 200 |
| Задачи и упражнения | 203 |
| Тема 18. Метод сеток решения граничной задачи | 204 |
| 18.1. Идея метода сеток | 204 |
| 18.2. Замена граничной задачи системой алгебраических уравнений | 205 |
| 18.3. Повышение порядка аппроксимации граничных условий | 208 |
| 18.4. Метод прогонки решения сеточных уравнений | 211 |

| | |
|--|------------|
| Задачи и упражнения | 212 |
| Тема 19. Метод моментов и метод Галеркина | 214 |
| 19.1. Идея метода моментов | 214 |
| 19.2. Метод Галеркина | 216 |
| Задачи и упражнения | 220 |
| Тема 20. Метод наименьших квадратов и метод Ритца | 221 |
| 20.1. Метод наименьших квадратов решения операторных уравнений | 221 |
| 20.2. Метод наименьших квадратов решения линейной граничной задачи | 222 |
| 20.3. Метод Ритца | 225 |
| Задачи и упражнения | 227 |
| Контрольная работа 3 | 229 |
| Индивидуальное задание 3 | 236 |
| V . РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ | |
| Тема 21. Математический аппарат теории разностных схем | 245 |
| 21.1. Аппроксимация простейших дифференциальных операторов | 245 |
| 21.2. Постановка разностной задачи | 251 |
| 21.3. Повышение порядка аппроксимации разностной схемы | 252 |
| Задачи и упражнения | 255 |
| Тема 22. Разностные схемы для уравнения теплопроводности | 258 |
| 22.1. Некоторые разностные формулы | 258 |
| 22.2. Метод энергетических неравенств | 261 |
| 22.3. Семейство шеститочечных разностных схем для уравнения теплопроводности | 262 |
| Задачи и упражнения | 267 |
| Тема 23. Разностные схемы для гиперболических уравнений | 269 |
| 23.1. Разностные схемы для уравнения колебаний струны | 269 |
| 23.2. Явные разностные схемы для уравнения переноса | 272 |
| 23.3. Неявные разностные схемы для уравнения переноса | 275 |
| Задачи и упражнения | 278 |
| Тема 24. Разностные схемы для эллиптических уравнений | 282 |
| 24.1. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона | 282 |
| 24.2. Методы Якоби и Зейделя | 285 |
| 24.3. Метод переменных направлений решения разностной задачи Дирихле | |
| в прямоугольнике | 287 |
| Задачи и упражнения | 290 |
| Контрольная работа 4 | 292 |
| ЛИТЕРАТУРА | 307 |