

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе



В.Г.Сафонов

2019

ПРОГРАММА

вступительного экзамена по специальности

01.01.09

«Дискретная математика и математическая кибернетика»

Минск, 2019

СОСТАВИТЕЛИ:

Котов Владимир Михайлович, заведующий кафедрой дискретной математики и алгоритмики Белорусского государственного университета, доктор физ.-мат. наук, профессор;

Дмитрук Наталия Михайловна, заведующий кафедрой методов оптимального управления Белорусского государственного университета, кандидат физ.-мат. наук, доцент;

Орлович Юрий Леонидович, заведующий кафедрой биомедицинской информатики Белорусского государственного университета, кандидат физ.-мат. наук, доцент.

РАССМОТРЕНА И РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой дискретной математики и алгоритмики Белорусского государственного университета

Протокол № 16 от 16.05.20192.

Заведующий кафедрой


(подпись)

В.М.Котов

Кафедрой методов оптимального управления Белорусского государственного университета

Протокол № 9 от 30.04.2019

Заведующий кафедрой


(подпись)

Н.М.Дмитрук

Кафедрой биомедицинской информатики Белорусского государственного университета

Протокол № 15 от 16.05.19

Заведующий кафедрой


(подпись)

Ю.Л.Орлович

Учебно-методической комиссией факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета

Протокол № 5 от 21.05.2019

Председатель учебно-методической комиссии


(подпись)

А.В.Филипцов

Советом факультета прикладной математики и информатики

Протокол № 8 от 27.06.2019

Председатель Совета


(подпись)

Т.В.Собалева

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

1. Дискретная математика и математическая логика

Алгебра высказываний. Формулы логики высказываний. Равносильные формулы. Тавтологии. Логическое следование. Теорема о логическом следствии. Важнейшие правила следования.

Логика предикатов. Классификация предикатов. Логические и кванторные операции над предикатами. Формулы логики предикатов. Интерпретации. Общезначимые формулы. Проблема разрешения.

Логические правила комбинаторики. Основные комбинаторные конфигурации и их свойства. Биномиальная и полиномиальная теоремы. Разбиения множеств и чисел.

Метод включения и исключения. Рекуррентные соотношения. Производящие функции.

Понятие булевой функции. Реализация булевых функций формулами. Совершенные дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы, полином Жегалкина. Замкнутые классы и полнота систем булевых функций. Понятие базиса. Важнейшие замкнутые классы булевых функций. Теорема Поста о функциональной полноте.

Проблема и методы минимизации булевых функций. Геометрическая модель минимизации булевых функций.

Интуитивное понятие алгоритма. Детерминированные машины Тьюринга. Функции, вычислимые по Тьюрингу. Тезис Тьюринга (основная гипотеза теории алгоритмов).

Существование функций, невычислимых по Тьюрингу. Понятие массовой проблемы. Алгоритмически неразрешимые массовые проблемы в общей теории алгоритмов.

Недетерминированные вычисления. Проблемы распознавания. Полиномиальные сводимости. Классы P и NP. NP-полные проблемы. Теорема Кука.

2. Теория алгоритмов

Понятие размерности задачи и трудоемкости алгоритма. Полиномиальные, псевдополиномиальные и экспоненциальные алгоритмы. Асимптотики O , Ω , Θ . Оценка трудоемкости базовых алгоритмов поиска и внутренней сортировки.

Основные подходы к разработке эффективных алгоритмов: динамическое программирование, метод «разделяй и властвуй».

Базовые алгоритмы поиска на графах. Алгоритмы поиска в глубину и ширину, их трудоемкость.

Алгоритмы построения кратчайших путей. Алгоритмы построения минимального остовного дерева и их трудоемкость.

Бинарные поисковые деревья. Сбалансированные поисковые деревья: AVL-деревья, 2-3-деревья. Поддержка инвариантов сбалансированности. Реализация базовых операций и их трудоемкость.

Максимальный поток в сети и его приложения.

3. Математическое программирование

Основные понятия теории экстремальных задач. Глобальный и локальный минимум функции. Задачи безусловной минимизации. Условия оптимальности.

Задача нелинейного программирования. Теорема Каруша – Куна – Таккера для общей задачи нелинейного программирования. Достаточные условия оптимальности.

Выпуклые множества и функции. Операции, сохраняющие выпуклость. Простейшие свойства выпуклых функций и дифференциальные критерии выпуклости.

Задача выпуклого программирования. Условия регулярности Слейтера. Условия оптимальности для задачи выпуклого программирования. Теорема Куна – Таккера.

Двойственная задача Лагранжа и ее основные свойства.

Стандартные классы выпуклых задач: линейное программирование, квадратичное программирование, коническое квадратичное программирование, полуопределенное программирование. Эквивалентные преобразования выпуклых задач.

Задача линейного программирования. Критерий оптимальности плана в задаче линейного программирования. Теория двойственности в линейном программировании.

Симплекс-метод. Итерации прямого и двойственного симплекс-метода. Первая фаза.

Целочисленное линейное программирование. Метод отсечения Гомори. Метод ветвей и границ. Динамическое программирование.

Теория игр. Игры двух лиц. Матричные игры. Чистые и смешанные стратегии. Теорема о минимаксе для матричных игр.

Численные методы безусловной минимизации: методы спуска. Стратегии выбора направления и длины шага. Условия Армихо и Вульфа для неточной одномерной оптимизации. Процедура бэктрекинга.

Метод градиентного спуска. Скорость сходимости метода для сильно выпуклых функций.

Метод Ньютона. Локальная скорость сходимости. Метод Ньютона для минимизации на аффинном подпространстве. Анализ сходимости на классе самосогласованных функций.

Прямой и прямо-двойственный методы внутренней точки для выпуклых задач условной оптимизации.

4. Вариационное исчисление и оптимальное управление

Простейшая вариационная задача с закрепленными концами. Понятие слабого и сильного локального минимума. Необходимые и достаточные условия оптимальности.

Терминальная задача оптимального управления. Принцип максимума Л. С. Понтрягина.

Динамическое программирование в теории оптимального управления.

Связь вариационного исчисления, принципа максимума и динамического программирования.

Проблема синтеза оптимальных систем.

Численные методы решения задач оптимального управления.

5. Теория графов

Определения графа и подграфов. Матрицы графа. Операции над графами. Изоморфизм графов и группа автоморфизмов. Метрические характеристики графов. Двудольные графы и критерий двудольности.

Деревья. Эквивалентные определения деревьев. Остов графа. Матричная теорема Кирхгофа.

Вершинная и рёберная связность. Двусвязные графы. Блоки. k -Связные графы и k -связные компоненты. Теоремы Уитни и Менгера.

Вершинная и рёберная независимость. Оценки числа независимости. Покрытие и доминирование. Соотношения между числами покрытия и независимости. Паросочетания в двудольном графе. Теоремы Холла и Татта. Вершинная независимость в двудольном графе.

Плоские и планарные графы. Формула Эйлера. Плоские триангуляции. Критерии планарности. Характеристики непланарных графов, связанные с планарностью.

Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Покрытие графа цепями. Гамильтоновы циклы и цепи. Достаточные условия гамильтоновости.

Графические последовательности. Теорема о переключениях. Критерии графичности.

Вершинная раскраска. Оценки хроматического числа. Теорема Брукса. Хроматический полином. Раскраски плоских графов. Рёберная раскраска. Теорема Визинга о хроматическом индексе.

Орграфы. Эйлеровы и гамильтоновы орграфы. Раскраски, независимость и пути в орграфах. Теоремы Галлаи и Дилворта. База и ядро.

Гиперграфы. Независимые множества вершин. Раскраски гиперграфов. Реализации гиперграфов.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература:

Дискретная математика и математическая логика

1. Глухов, М.М. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов / М.М. Глухов, А.Б. Шишков. – СПб.: Лань, 2012. – 416 с.
2. Зуев, Ю.А. По океану дискретной математики: учебное пособие в двух частях / Ю.А. Зуев. – М.: Ленанд, 2017.
3. Игошин, В.И. Математическая логика. Учебное пособие / В.И. Игошин. – М.: Инфра-М, 2016. – 400 с.
4. Ландо, С.К. Введение в дискретную математику / С.К. Ландо. – М.: МЦНМО, 2012. – 265 с.
5. Марченков, С.С. Основы теории булевых функций / С.С. Марченков. – М.: Физматлит, 2014. – 136 с.
6. Рыбников, К.А. Введение в комбинаторный анализ / К.А. Рыбников. – М.: Ленанд, 2018. – 312 с.
7. Яблонский, С.В. Введение в дискретную математику / С.В. Яблонский. – М.: Высшая школа, 2008 – 384 с.

Теория алгоритмов

8. Алгоритмы: построение и анализ / Т. Кормен [и др.] – М.: Вильямс, 2005. – 1296 с.
9. Ахо, А.В. Структуры данных и алгоритмы/ А.В. Ахо, Д.Э. Хопкрофт, Д.Д. Ульман. – М.: Вильямс, 2000. – 384 с.
10. Котов, В.М. Алгоритмы и структуры данных: учеб. Пособие / В.М. Котов, Е.П. Соболевская, А.А. Толстиков – Мн.: БГУ, 2011. – 267 с.
11. Теория алгоритмов: учеб. пособие / П.А. Иржавский [и др.]. – Мн.: БГУ, 2013. – 159 с.
12. Рейнгольд, Э. Комбинаторные алгоритмы теория и практика/ Э. Рейнгольд, Ю. Нивергельт, Н. Део. – М.: Мир, 1980. – 476 с.

Математическое программирование, вариационное исчисление и оптимальное управление

13. Беллман, Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1960.
14. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации / Ф.П. Васильев. – М.: Litres, 2017.
15. Галеев, Э.М. Оптимальное управление / Э.М. Галеев, М.И. Зеликин, С.В. Конягин. – М.: МЦНМО, 2008.
16. Гороховик, В.В. Конечномерные задачи оптимизации / В.В. Гороховик. – Минск: «Издательский центр БГУ», 2007.
17. Карманов, В.Г. Математическое программирование / В.Г. Карманов. – М.: Физматлит, 2000.

18. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин [и др.] – М.: Наука. 1976.
19. Методы оптимизации. Учебное пособие / Альсевич, В.В. [и др.] – Изд-во «Четыре четверти», 2011.
20. Нестеров Ю.Е. Методы выпуклой оптимизации / Ю.Е. Нестеров. – М.: МЦНМО, 2010.
21. Петросян, Л.А. Теория игр / Л.А. Петросян, Н.А. Зенкевич, Е.В. Шевкопляс. – СПб: БХВ-Петербург, 2012.
22. Поляк, Б.Т. Введение в оптимизацию / Б.Т. Поляк. – М.: Наука. 1983.
23. Понтрягин, Л.С. Принцип максимума в оптимальном управлении / Л.С. Понтрягин. – М.: URSS, 2019.
24. Юдин, Д.Б. Вычислительные методы теории принятия решений // Д.Б. Юдин. – М.: Наука, 1989.

Теория графов

25. Алексеев, В.Е. Графы и алгоритмы. Структуры данных. Модели вычислений / В.Е. Алексеев, В.А. Таланов. – М.: Бином, 2012. – 320 с.
26. Дистель, Р. Теория графов / Р. Дистель. – Новосибирск: Издательство Института математики СО РАН, 2002. – 336 с.
27. Зыков, А.А. Основы теории графов / А.А. Зыков. – М.: Наука, 1987. – 384 с.
28. Лекции по теории графов: учебное пособие / В.А. Емеличев, О.И. Мельников, Р.И. Тышкевич, В.И. Сарванов. – М.: Либроком, 2015. – 390 с.
29. Харари, Ф. Теория графов / Ф. Харари. – М.: Ленанд, 2018. – 304 с.

Дополнительная литература:

Дискретная математика и математическая логика

1. Асанов, М.О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. Учебное пособие / М.О. Асанов, В.А. Баранский, В.В. Расин. – СПб.: Лань, 2010. – 368 с.
2. Гладкий, А.В. Введение в современную логику. Учебное пособие / А.В. Гладкий. – М.: Либроком, 2016. – 238 с.
3. Грэхем, Р. Конкретная математика. Математические основы информатики / Р. Грэхем, Д. Кнут, О. Паташник. – М.: Вильямс, 2016. – 784 с.
4. Марченков, С.С. Замкнутые классы булевых функций / С.С. Марченков. – М.: Физматлит, 2000. – 118 с.
5. Супрун, В.П. Основы теории булевых функций. Учебное пособие / В.П. Супрун. – М.: Ленанд, 2017. – 208 с.
6. Хопкрофт, Дж. Э. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений / Дж. Э. Хопкрофт, Р. Мотвани, Дж. Ульман. – М.: Вильямс, 2008. – 528 с.
7. Sipser, M. Introduction to the Theory of Computation / M. Sipser. – Cengage Learning, 2012. – 480 p.

Теория алгоритмов

8. Гэри, М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. – М.: Мир, 1982. – 416 с.
9. Пападимитриу, Х. Комбинаторная оптимизация: Алгоритмы и сложность / Х. Пападимитриу, К. Стайглиц. – М.: Мир, 1971. – 512 с.
10. Shaffer, C. A Practical introduction to data structures and algorithm analysis / C. Shaffer. – London: Prentice Hall International, 1997. – 494 p.

Математическое программирование, вариационное исчисление и оптимальное управление

11. Boyd S. Convex optimization / S. Boyd, L. Vandenberghe. – Cambridge University press, 2004.
12. Ben-Tal A. Lectures on modern convex optimization: analysis, algorithms, and engineering applications / A. Ben-Tal, A. Nemirovski. – Philadelphia: SIAM, 2001. (Georgia Institute of Technology, 2015. Электронный доступ – http://www2.isye.gatech.edu/~nemirovs/LMCO_LN.pdf)
13. Wright S.J. Numerical optimization / S.J. Wright, J. Nocedal. – Springer, 1999.

Теория графов

14. Кристофидес, Н. Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес. – М.: Мир, 1978. 432 с.
15. Bondy, J.A. Graph theory / J.A. Bondy, U.S.R. Murty. – Berlin: Springer, 2008. 651 p.
16. West, D.B. Introduction to graph theory / D.B. West. – NJ: Prentice Hall, 1996. 512 p.